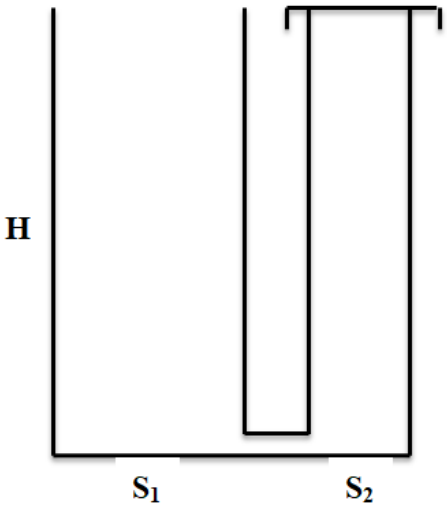
9.2. Два вертикальных цилиндрических сосуда №1 и №2 некоторой высоты H, стоящих на горизонтальной поверхности, доверху заполнены ртутью (плотностью $\rho = 13{,}6$ г/см^3) и соединены внизу тонкой горизонтальной трубкой пренебрежимо малого объема (см. рисунок). Площади поперечного сечения сосудов №1 и №2 равны S_1 и S_2 соответственно. Толщиной стенок сосудов можно пренебречь.



Сосуд №2 сверху герметизируют крышкой (воздуха между ртутью и крышкой нет). Из сосуда №1 откачали ртуть объемом V. Какими станут уровни ртути в сосудах №1 и №2? При каких высотах H в сосуде №2 над жидкостью появится пустота? Атмосферное давление $p_A \approx 10^5$ Па. Ускорение свободного падения g.

Решение.

В начале откачки уровень ртути будет понижаться только в сосуде №1, поскольку в сосуде №2 при опускании уровня жидкости возникнет разреженность, и атмосферное давление поднимет жидкость обратно. Таким образом, при откачивании объема V уровень в сосуде №1 снизится на

$$\Delta h_1 = \frac{V}{S_1}, \qquad (1)$$

$$h_1 = H - \Delta h_1 = H - \frac{V}{S_1}. \qquad (2)$$

А в сосуде №2 $\Delta h_2 = 0$ и $h_2 = H$. (3)

Это будет продолжаться, пока гидростатическое давление, обусловленное разностью высот уровней, не станет равным атмосферному давлению p_A. Это произойдет в момент, когда

$$\Delta h_1 = \frac{V}{S_1} = \frac{p_A}{\rho g}. \qquad (4)$$

Это может быть при высоте сосудов $H > \frac{p_A}{\rho g}$. (5)

После этого ($V \geq \frac{p_A S_1}{\rho g}$) при отборе жидкости уровень будет понижаться в обоих сосудах, а над жидкостью в сосуде №2 образуется пустота:

$$V = S_1 \Delta h_1 + S_2 \Delta h_2; \qquad (6)$$

$$\Delta h_2 = \Delta h_1 - \frac{p_A}{\rho g}. \qquad (7)$$

Отсюда, решая систему уравнений, получаем

$$\Delta h_1 = \frac{V + S_2 \frac{p}{\rho g}}{S_1 + S_2}; \qquad h_1 = H - \Delta h_1 = H - \frac{V + S_2 \frac{p}{\rho g}}{S_1 + S_2}; \qquad (8)$$

$$\Delta h_2 = \frac{V - S_1 \frac{p}{\rho g}}{S_1 + S_2}; \qquad h_2 = H - \Delta h_2 = H - \frac{V - S_1 \frac{p}{\rho g}}{S_1 + S_2}. \qquad (9)$$

Разбалловка

№	Критерий	Баллы
1	Указано, что в начале откачки уровень жидкости снижается только в сосуде №1	2
2	Получено $h_1 = H - \frac{V}{S_1}$, $h_2 = H$.	2
3	Записано граничное условие $\Delta h_1 = \frac{V}{S_1} = \frac{p_A}{\rho g}$ для начала опускания уровня жидкости в сосуде №2.	1
4	Указано, что при высотах $H > \frac{p_A}{\rho g}$ в сосуде №2 над жидкостью может образовываться пустота.	1
5	Записана система уравнений (6) и (7).	2
6	Получено решение для уровня в сосуде №1 - уравнение (8)	1
7	Получено решение для уровня в сосуде №2 - уравнение (9)	1
	Сумма	**10**